

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ «ПОИСК»

РЕКОМЕНДОВАНА  
педагогическим советом  
от «06» апреля 2020 г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор Центра «Поиск»

  
А. В. Жигайлов

«06» апреля 2020 г.

М.П.



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОБЩРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**

**«Решение олимпиадных задач  
по математике»**

Возраст обучающихся: 11-18 лет  
Срок реализации: от 1 до 5 лет

**Составитель программы:**

Карслиева Валентина Михайловна,  
учитель структурного подразделе-  
ния МО «Математика» Центра  
«Поиск»

**Ставрополь  
2020**

## Оглавление

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....	3
КУРС «1 ступень».....	8
КУРС «2 ступень».....	16
КУРС «3 ступень».....	22
КУРС «4 ступень».....	29
КУРС «5 ступень».....	36
КУРС «УМНЫЕ КАНИКУЛЫ. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ» .....	43
КУРС «УМНЫЕ КАНИКУЛЫ. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ» .....	48
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	53
СПИСОК ЭЛЕКТРОННЫХ ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ.....	56

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Решение олимпиадных задач занимает в математическом образовании особое место. Умение решать олимпиадные задачи – это один из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала, способность неординарно мыслить. Поэтому научить ребенка решать олимпиадные задачи по математике или обеспечить возможность доступа к таким задачам через дополнительное образование является одной из важных задач математического образования в школе.

**Вид программы** – модульная.

Программа представляет собой совокупность 7 курсов.

Курсы, реализуемые в рамках программы

№	Название курса	Класс обучающегося
1.	1 ступень	5
2.	2 ступень	6
3.	3 ступень	7-8
4.	4 ступень	9
5.	5 ступень	10-11
6.	Умные каникулы. Логические задачи	4-6
7.	Умные каникулы. Олимпиадные задачи	7

### **Направленность программы**

Программа имеет естественнонаучную направленность. Содержание программы рассматривается как средство развития основных познавательных процессов, умения анализировать, выявлять сущности и отношения, описывать планы действий и делать логические выводы.

### **Актуальность программы**

Олимпиадная задача по математике – это задача повышенной трудности, нестандартная как по формулировке, так и по методам решения. К сожалению, на уроках математики часто не хватает времени на решение и разбор таких задач. Хорошие возможности для организации более глубокой дифференцированной подготовки учащихся к олимпиаде предоставляет данный кружок. Он направлен на развитие познавательного и интереса, расширение знаний по математике, полученных на уроках, на развитие креативных способностей учащихся и более качественной отработке математических умений и навыков, при решении олимпиадных задач по математике.

Учитывая особенности математики как естественной науки, можно выделить три составляющих необходимых для успешного участия в интеллектуальном состязании:

- развитый математический кругозор;
- умение решать нестандартные задачи, владение необходимым для этого математическим аппаратом;
- практические умения и навыки, знание основных приемов, способов решения математических задач.

Эти ключевые моменты определяют основные направления подготовки школьника, и являются главными при составлении программы.

**Педагогическая целесообразность программы.** В процессе работы по данной программе формируется логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, многие качества мышления - такие, как сила и гибкость, конструктивность и критичность и т.д. Поэтому в качестве одного из основополагающих принципов, положенных в основу программы, на первый план выдвинута идея приоритета развивающей функции обучения математике, через систему дополнительного образования.

### **Новизна программы**

Учитывая разный возраст и разный уровень подготовки, оптимальным будет построение индивидуальных образовательных траекторий для каждого участника, причем ученику должна быть предоставлена и свобода выбора этой траектории. Ученик может прийти на занятие, чтобы получить краткую консультацию и задание для индивидуальной работы, чтобы порешать задачи определенного типа, разобрать теоретический вопрос, полистать необходимую литературу, поработать за ПК. На занятиях учащиеся познакомятся с материалом задач разного типа и уровня сложности и их решениями. В итоге, всем учащимся, интересующимся математикой, предоставляется широкое поле деятельности, на котором каждый ученик сможет подобрать задачи для себя, а задачи более сложные будут разобраны при совместной работе в группе или на занятиях с помощью учителя.

### **Цели программы**

Развитие интеллекта и способностей детей, совершенствование их математической подготовки через преподавание олимпиадной математики.

### **Задачи программы**

Познавательный аспект:

- формирование и развитие общеучебных умений и навыков;

- формирование общей способности искать и находить новые решения, необычные способы достижения требуемого результата, новые подходы к рассмотрению предлагаемой ситуации.
- ознакомление учащихся с общими и частными эвристическими приемами поиска решения нестандартных задач.

Развивающий аспект:

- развитие мышления в ходе усвоения таких приемов мыслительной деятельности, как умение анализировать, сравнивать, синтезировать, обобщать, выделять главное, доказывать и опровергать;
- развитие речи;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления.

Воспитывающий аспект:

- воспитание системы нравственных межличностных отношений;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности.

### **Отличительные особенности данной программы**

Особенностью данной программы является систематическая работа по решению олимпиадных задач, в процессе которой происходит формирование математических способностей у школьников. В ходе занятий предусмотрено использование электронно-образовательных ресурсов и интернет-ресурсов, расширяющих возможности реализации новых способов и форм самообучения и саморазвития.

Чтобы придать курсу привлекательность и поднять к нему интерес, используются разнообразные средства: задачи с необычными сюжетами, возбуждающими любопытство, занимательные экскурсии в область истории математики, применение математических приемов в практической жизни и т. д.

В тоже самое время, материал располагается циклично, к одной и той же теме мы обращаемся неоднократно по мере пополнения знаний учащегося.

### **Категория обучающихся**

Программа «Решение олимпиадных задач» предназначена для обучения решению задач, не входящих в обязательную программу изучения математики для учащихся 5-11 классов, желающих повысить свой математический уровень, прошедших предварительные вступительные испытания.

**Возраст обучающихся:** 11 – 18 лет.

**Наполняемость группы:** не более 15 человек.

**Условия приема детей**

На курсы программы учащиеся зачисляются по результатам участия в олимпиадах и других интеллектуальных конкурсах муниципального, регионального, краевого, всероссийского уровней.

Условия конкурсного отбора гарантируют соблюдение прав учащихся в области дополнительного образования и обеспечивают зачисление наиболее способных и подготовленных учащихся к освоению программы.

### **Срок реализации программы**

Для обучения на всех курсах программы отводится 5 лет.

**Формы реализации программы** – очная с применением дистанционных технологий.

Под дистанционными технологиями понимается организация образовательной деятельности с применением содержащейся в сетевой базе данных Центра «Поиск» и используемой при реализации программы информации и обеспечивающих её обработку информационных технологий, технических средств, а также информационно-телекоммуникационных сетей, обеспечивающих передачу информации по линиям связи.

В очной форме программа реализуется в течение учебного года или каникулярного интенсива и предполагает индивидуальный или групповой режим занятий.

**Формы организации деятельности обучающихся:** индивидуальная, групповая, индивидуально-групповая.

### **Методы обучения**

По способу организации занятий – словесные, наглядные, практические.

По уровню деятельности обучающихся – объяснительно-иллюстративные, репродуктивные, частично-поисковые, исследовательские.

**Типы занятий:** теоретические, практические, комбинированные, контрольные.

### **Режим занятий**

В зависимости от курса, возможен один из следующих режимов занятий:

- 1) один раз в неделю по два учебных часа;
- 2) один раз в неделю по три учебных часа;
- 3) от одного до пяти раз в неделю по четыре учебных часа.

Продолжительность учебного часа – 40 минут.

## **Ожидаемые результаты**

В результате освоения программы «Решение олимпиадных задач» учащийся должен

знать:

- классические олимпиадные задачи по математике;
- теоретические основы решения олимпиадных математических задач, в т.ч. по специальным олимпиадным темам;

уметь:

- применять на практике полученные знания;
- эффективно работать над поставленной проблемой;
- применять знания в смежных с математикой областях деятельности;
- принимать неочевидные решения, видеть нестандартный ход как в учебной деятельности, так и в повседневной жизни;

владеть:

- методами решения олимпиадных задач;
- способностью самостоятельной работы и самоконтроля.

Ожидается значительное опережение сверстников в областях знаний, связанных с математикой. Успешное выступление школьников на математических соревнованиях разного уровня. Рост успеваемости по математическим дисциплинам.

## **Способы определения результативности**

Педагогическое наблюдение, педагогический анализ результатов решения задач с использованием автоматизированной системы контроля знаний, результаты участия в интеллектуальных конкурсах муниципального, краевого, всероссийского и международного уровней.

**Виды контроля:** промежуточный, итоговый.

## **Формы подведения итогов реализации программы**

Промежуточный контроль – с целью определения результатов обучения – в конце первого полугодия каждого года обучения.

Итоговый контроль – с целью определения изменения уровня развития детей, их творческих способностей – в конце каждого года обучения.

Итоги фиксируются в портфолио учащихся. Документальным подтверждением достижений могут выступать грамоты, дипломы, сертификаты и иные документы, отражающие успешность обучаемого.

## КУРС «1 степень»

### Цели и задачи курса «1 степень»

#### Цель курса

- формирование и закрепление навыков и умений в рамках углублённого курса по математике;
- подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах;
- воспитание интереса к математике, стремления использовать математические знания в повседневной жизни.

#### Задачи курса

- формирование элементов самостоятельной интеллектуальной деятельности на основе решения задач повышенной и высокой сложности, нестандартных математических задач;
- развитие математической речи;
- формирование умения вести поиск информации и работать с ней;
- развитие познавательных способностей;
- воспитание стремления к расширению математических знаний;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления;
- развитие умений аргументировано обосновывать и отстаивать высказанное суждение, оценивать и принимать суждения других.

**Режим занятий:** один раз в неделю по два учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная/с применением дистанционных технологий

**Форма проведения итоговой аттестации:** олимпиадная работа в конце курса обучения, портфолио с результатами участия в математических олимпиадах и конкурсах.

### Учебно-тематический план курса «1 степень»

Вариант 1 (стандартный, 72 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Круги Эйлера	1	1	2
2.	Комбинаторика	2	4	6



3.	Наибольшее-наименьшее		4	4
4.	Подсчеты		4	4
5.	Десятичная запись		2	2
6.	Задачи на движение		4	4
7.	Текстовые задачи		4	4
8.	Защивливание		2	2
9.	Раскраски		2	2
10.	Принцип Дирихле		2	2
11.	Ребусы (шифровки)		2	2
	Промежуточный контроль		2	2
<b>II полугодие</b>				
12.	Принцип Дирихле		2	2
13.	Четность		2	2
14.	Делимость, признаки (2,3,5,9)	1	5	6
15.	Делимость, признаки (7,11,13)	1	5	6
16.	Логика		6	6
17.	Неравенства (больше-меньше)		2	2
18.	Подсчеты		2	2
19.	Делимость (разложение на простые множители)	1	3	4
20.	Задачи на движение		2	2
21.	Шахматная раскраска		2	2
	Итоговый контроль		2	2
	<b>Всего</b>	<b>6</b>	<b>66</b>	<b>72</b>

Вариант 2 (ускоренный, 36 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
<b>I полугодие</b>				
1.	Круги Эйлера	1	1	2
2.	Комбинаторика	1	1	2
3.	Наибольшее-наименьшее		2	2
4.	Подсчеты		1	1
5.	Десятичная запись		1	1
6.	Задачи на движение		1	1
7.	Текстовые задачи		1	1
8.	Защивливание		1	1
9.	Раскраски.		1	1
10.	Принцип Дирихле		1	1
11.	Ребусы (шифровки)		1	1

	Промежуточный контроль		2	2
II полугодие				
12.	Принцип Дирихле		1	1
13.	Четность		1	1
14.	Делимость, признаки (2,3,5,9)		2	2
15.	Делимость, признаки (7,11,13)		2	2
16.	Логика		2	2
17.	Неравенства (больше-меньше)		2	2
18.	Подсчеты		2	2
19.	Делимость (разложение на простые множители)	1	1	2
20.	Задачи на движение		2	2
21.	Шахматная раскраска		2	2
	Итоговый контроль		2	2
	Всего	<b>3</b>	<b>33</b>	<b>36</b>

### Содержание курса «1 ступень»

Задачи, которые предлагается решать на первом году обучения условно соответствуют учащимся 5-6 классов, однако способные 4-классники также могут справиться с заданиями. Занятия проводятся по следующей схеме:

- до занятия учитель решает сам все задачи, которые будут предложены детям;
- в начале занятия каждый школьник получает листок с условиями задач и начинает самостоятельно их решать. На первом занятии школьникам нужно объявить: задачи можно решать в любом порядке; как только задача (по мнению школьника) решена, нужно поднять руку и приготовиться обсуждать решение с преподавателем устно. Как правило, не нужно в начале занятия «рассказывать теорию»: задачи подобраны так, чтобы решающий сам додумался до ключевых идей листочка. Иногда в начале занятия, до раздачи новых листков, разбираются решения некоторых задач предыдущего занятия.
- во время занятия школьники решают задачи, и время от времени пытаются их «сдать» преподавателю. Решения задач обсуждаются индивидуально с каждым школьником. Если решение верно, школьника следует поздравить с решенной задачей и поставить «плюсик» в специальную таблицу. Если решение неверно, школьнику предлагается продолжить размышления над задачей. Иногда можно давать небольшие подсказки.

При выборе задач, прежде всего надо руководствоваться силами учеников. Задачи должны нравиться преподавателям, быть интересны и посильны ученикам.

**Учащиеся должны знать:**

- методы решения олимпиадных задач;
- теоретические основы решения олимпиадных задач с помощью принципа Дирихле, комбинаторики.

**Учащиеся должны уметь:**

- эффективно работать над поставленной проблемой;
- использовать теоретические сведения в решении поставленных задач.

**Формы занятий, используемые при изучении данного курса:**

- лекционная;
- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- индивидуальная консультация;
- групповая консультация;
- самостоятельная работа.

**Тема 1. Круги Эйлера**

*Теория.* Историческая справка. Описание схемы кругов Эйлера, применение, примеры задач и решения.

*Практика.* Решение задач с использованием кругов Эйлера.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 2. Комбинаторика**

*Теория.* Знакомство с разделом математики «Комбинаторика». Основные понятия и определения.

*Практика.* Комбинаторные задачи, дающие первое знакомство с этим разделом математики. Вывод основных комбинаторных формул на примерах задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 3. Наибольшее-наименьшее**

*Практика.* Решение задач, в которых необходимо определить наименьшее или наибольшее возможное значение в рамках условия.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 4. Подсчеты**

*Практика.* Решение задач, в которых необходимо провести подсчет предложенных объектов (геометрических, числовых и т.п.).

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 5. Десятичная запись**

*Практика.* Решение задач о десятичной записи числа, обладающего определённым свойством, указанным в условии.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 6. Задачи на движение**

*Практика.* Решение олимпиадных задач на движение.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 7. Текстовые задачи**

*Практика.* Решение логических задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 8. Зацикливание**

*Практика.* Задачи, решение которых приводит к некоторой периодичности, циклу.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 9. Раскраски**

*Практика.* Задачи, ключевая идея решения которых, сводится к раскраске.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 10. Принцип Дирихле**

*Практика.* Знакомство с принципом Дирихле на примере задачи «О клетках и кроликах». Утверждения, аналогичные принципу Дирихле, используемые в решении геометрических задач. Решение задач, использующих идею принципа Дирихле.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 11.** Ребусы (шифровки)

*Практика.* Решение задач-ребусов, задач на расшифровки.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Промежуточный контроль.** Может представлять собой:

- ✓ олимпиадную работу по пройденным темам,
- ✓ математическую игру (домино, регата и т.п.).

### **Тема 12.** Принцип Дирихле

*Практика.* Решение задач, использующих идею принципа Дирихле.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 13.** Четность

*Практика.* Решение задач с ключевой идеей, использующей четность чисел и свойства арифметических действий над четными (нечетными) числами.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 14.** Делимость, признаки (2,3,5,9)

*Теория.* Определение делимости. Признаки делимости на числа 2,3,5,9.

*Практика.* Решение задач, использующих соответствующие признаки делимости.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 15.** Делимость, признаки (7,11,13)

*Теория.* Признаки делимости на числа 7, 11, 13.

*Практика.* Решение задач, использующих соответствующие признаки делимости.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 16.** Логика

*Практика.* Решение логических сюжетных задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 17.** Неравенства (больше-меньше)

*Практика.* Решение олимпиадных задач на неравенства.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 18.** Подсчеты

*Практика.* Решение задач, в которых необходимо провести подсчет предложенных объектов (геометрических, числовых и т.п.).

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 19.** Делимость (разложение на простые множители)

*Теория.* Основная теорема арифметики. Количество делителей.

*Практика.* Решение задач, использующих разложение на простые множители.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 20.** Задачи на движение

*Практика.* Решение олимпиадных задач на движение с использованием системы координат.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 21.** Шахматная раскраска

*Практика.* Решение олимпиадных задач с ключевой идеей - шахматная раскраска.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Итоговый контроль:** индивидуальная олимпиадная работа, портфолио.

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Раздел, тема	Форма занятия	Приёмы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал. Электронные источники	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
1. Комбинаторика 2. Арифметика и алгебра 3. Теория чисел 4. Геометрия 5. Специальные олимпиадные темы	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый. Исследовательский.	1) Малый мехмат МГУ. Официальный сайт <a href="http://mmmf.msu.ru/">http://mmmf.msu.ru/</a> 2) Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников <a href="http://www.rosolymp.ru/">http://www.rosolymp.ru/</a> 3) Московский центр непрерывного математического образования <a href="https://mccme.ru/">https://mccme.ru/</a> 4) Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <a href="http://www.239.ru/">http://www.239.ru/</a> 5) Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <a href="https://mathus.ru/">https://mathus.ru/</a> 6) Задачи по математике <a href="http://www.problems.ru/">http://www.problems.ru/</a> 7) математические олимпиады и олимпиадные задачи - <a href="http://www.zaba.ru/all.html">http://www.zaba.ru/all.html</a>	Проекционное оборудование	Самостоятельная работа.

## КУРС «2 ступень»

### Цели и задачи курса «2 ступень»

#### Цель курса

- формирование и закрепление навыков и умений в рамках углублённого курса по математике;
- подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах;
- воспитание интереса к математике, стремления использовать математические знания в повседневной жизни.

#### Задачи курса

- формирование элементов самостоятельной интеллектуальной деятельности на основе решения задач повышенной и высокой сложности, нестандартных математических задач;
- развитие математической речи;
- формирование умения вести поиск информации и работать с ней;
- развитие познавательных способностей;
- воспитание стремления к расширению математических знаний;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления;
- развитие умений аргументировано обосновывать и отстаивать высказанное суждение, оценивать и принимать суждения других.

**Режим занятий:** один раз в неделю по два учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная/с применением дистанционных технологий

**Форма проведения итоговой аттестации:** олимпиадная работа в конце курса обучения, портфолио с результатами участия в математических олимпиадах и конкурсах.

### Учебно-тематический план курса «2 ступень», 72 ч

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Задачи на части (дроби)		2	2
2.	Пропорции		2	2
3.	Двойной подсчет		2	2
4.	Ввод переменных		2	2



5.	Четность		2	2
6.	Принцип Дирихле		2	2
7.	Турниры (графы)		4	4
8.	Чередование		2	2
9.	Делимость		4	4
10.	Простые числа		4	4
11.	Проценты		4	4
12.	НОД и алгоритм Евклида		4	4
	Промежуточный контроль		2	2
<b>II полугодие</b>				
13.	Повторение (двойное суммирование, четность)		4	4
14.	Часы		4	4
15.	Оценки		4	4
16.	Неравенства		6	6
17.	Проценты и части		4	4
18.	Двудольные графы		6	6
19.	Разбиение на пары (биекция)		6	6
	Итоговый контроль		2	2
	<b>Всего</b>		<b>72</b>	<b>72</b>

### **Содержание курса «2 ступень»**

На втором году обучения учащиеся уже знакомы с некоторыми специальными олимпиадными темами, к которым необходимо вернуться, повысив уровень сложности предлагаемых задач. Также необходимо включить задания, которые углубляют разделы элементарной математики, изученные в школьном курсе.

Сложность задач по каждой теме подбирается с учетом подготовленности группы.

#### **Учащиеся должны знать:**

- классические олимпиадные задачи по математике;
- теоретические основы решения олимпиадных математических задач, в т.ч. по специальным олимпиадным темам.

#### **Учащиеся должны уметь:**

- применять на практике полученные знания;
- эффективно работать над поставленной проблемой;
- анализировать поставленную задачу и находить оптимальный путь для ее решения.

**Формы занятий**, используемые при изучении данного курса:

- лекционная;
- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- индивидуальная консультация;
- групповая консультация;
- самостоятельная работа.

**Тема 1.** Задачи на части (дроби)

*Практика.* Решение задач на части и отношения.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 2.** Пропорции

*Практика.* Пропорции в решении олимпиадных задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 3.** Двойной подсчет

*Практика.* Задачи, в которых решение сводится к двойному подсчету.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 4.** Ввод переменных

*Практика.* Задачи, которые решаются путем введения переменных, составления уравнения.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 5.** Четность

*Практика.* Основная идея решения предложенных задач основана на четности.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 6.** Принцип Дирихле

*Практика.* Задачи, ключевой идеей решения которых является принцип Дирихле.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 7. Турниры (графы)**

*Практика.* Задачи о турнирах, моделируемые графами.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 8. Чередование**

*Практика.* Задачи на чередование. Свойства чередования.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 9. Делимость**

*Практика.* Задачи о делимости.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 10. Простые числа**

*Практика.* Задачи о простых числах.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 11. Проценты**

*Практика.* Задачи на проценты.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 12. НОД и алгоритм Евклида**

*Практика.* Деление с остатком, НОД и его свойства, алгоритм Евклида.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Промежуточный контроль.** Может представлять собой:

- ✓ олимпиадную работу по пройденным темам,
- ✓ математическую игру (домино, регата и т.п.).

### **Тема 13. Повторение (двойное суммирование, четность)**

*Практика.* Решение задач с подсчетом двумя способами. Задачи на четность.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 14. Часы**

*Практика.* Часы и время в олимпиадных задачах.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 15. Оценки**

*Практика.* Оценочные задачи, в которых используются различные оценки. Например, расстояние между различными числами, делящимися на  $n$ , не меньше  $n$ .

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 16. Неравенства**

*Практика.* Решение неравенств.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 17. Проценты и части**

*Практика.* Решение логических задач на проценты и части.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 18. Двудольные графы**

*Практика.* Решение задач, моделируемых двудольными графами.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 19. Разбиение на пары (биекция)**

*Практика.* Задачи, решение которых основано на разбиении на пары, группы.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Итоговый контроль:** индивидуальная олимпиадная работа, портфолио.

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Раздел, тема	Форма занятия	Приёмы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал. Электронные источники	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
1. Комбинаторика 2. Арифметика и алгебра 3. Теория чисел 4. Геометрия 5. Специальные олимпиадные темы	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый. Исследовательский.	1) Малый мехмат МГУ. Официальный сайт <a href="http://mmmf.msu.ru/">http://mmmf.msu.ru/</a> 2) Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников <a href="http://www.rosolymp.ru/">http://www.rosolymp.ru/</a> 3) Московский центр непрерывного математического образования <a href="https://mccme.ru/">https://mccme.ru/</a> 4) Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <a href="http://www.239.ru/">http://www.239.ru/</a> 5) Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <a href="https://mathus.ru/">https://mathus.ru/</a> 6) Задачи по математике <a href="http://www.problems.ru/">http://www.problems.ru/</a> 7) ИПС «Задачи по геометрии» <a href="http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1">http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1</a> 8) математические олимпиады и олимпиадные задачи - <a href="http://www.zaba.ru/all.html">http://www.zaba.ru/all.html</a>	Проекционное оборудование	Самостоятельная работа.

## КУРС «3 ступень»

### Цели и задачи курса «3 ступень»

#### Цель курса

- формирование и закрепление навыков и умений в рамках углублённого курса по математике;
- подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах;
- воспитание интереса к математике, стремления использовать математические знания в повседневной жизни.

#### Задачи курса

- формирование элементов самостоятельной интеллектуальной деятельности на основе решения задач повышенной и высокой сложности, нестандартных математических задач;
- развитие математической речи;
- формирование умения вести поиск информации и работать с ней;
- развитие познавательных способностей;
- воспитание стремления к расширению математических знаний;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления;
- развитие умений аргументировано обосновывать и отстаивать высказанное суждение, оценивать и принимать суждения других.

**Режим занятий:** один раз в неделю по три учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная/с применением дистанционных технологий

**Форма проведения итоговой аттестации:** олимпиадная работа в конце курса обучения, портфолио с результатами участия в математических олимпиадах и конкурсах.

### Учебно-тематический план курса «3 ступень», 108 ч

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Логика		3	3
2.	Чередование и четность		3	3
3.	Раскраски		3	3
4.	Остатки и сравнения	1	5	6

5.	НОД		3	3
6.	Признаки равенства треугольников		6	6
7.	Неравенство треугольника		3	3
8.	Подсчет углов		3	3
9.	Неравенства		6	6
10.	Часы со стрелкой		3	3
11.	Комбинаторика		6	6
12.	Формулы сокращенного умножения		6	6
	Промежуточный контроль		3	3
<b>II полугодие</b>				
13.	Принцип Дирихле		3	3
14.	Дроби		6	6
15.	Оценка + пример		6	6
16.	Индукция	1	5	6
17.	Движения		6	6
18.	Медиана прямоугольного треугольника		6	6
19.	Инвариант		6	6
20.	Число сочетаний		6	6
21.	Планиметрия		6	6
	Итоговый контроль		3	3
	<b>Всего</b>	<b>2</b>	<b>106</b>	<b>108</b>

### Содержание курса «3 ступень»

На третьем году обучения учащиеся уже знакомы с некоторыми специальными олимпиадными темами, к которым необходимо вернуться, повысив уровень сложности предлагаемых задач. Также необходимо включить задания, которые углубляют разделы элементарной математики, изученные в школьном курсе.

Сложность задач по каждой теме подбирается с учетом подготовленности группы.

#### **Учащиеся должны знать:**

- классические олимпиадные задачи по математике;
- теоретические основы решения олимпиадных математических задач, в т.ч. по специальным олимпиадным темам.

#### **Учащиеся должны уметь:**

- применять на практике полученные знания;
- эффективно работать над поставленной проблемой;
- анализировать поставленную задачу и находить оптимальный путь для ее решения.

**Формы занятий**, используемые при изучении данного курса:

- лекционная;
- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- индивидуальная консультация;
- групповая консультация;
- самостоятельная работа.

### **Тема 1. Логика**

*Практика.* Решение логических задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 2. Чередование и четность**

*Практика.* Задачи в решении которых важным свойством является чередование элементов или четность.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 3. Раскраски**

*Практика.* Задачи, решение которых приводит к раскраске.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 4. Остатки и сравнения**

*Лекция.* Сравнения по модулю, свойства.

*Практика.* Арифметика остатков. Сравнения по модулю для задач на делимость.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 5. НОД**

*Практика.* Наибольший общий делитель и его свойства. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 6. Признаки равенства треугольников**

*Практика.* Решение задач на равенство треугольников.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.



**Тема 7. Неравенство треугольника**

*Практика.* Соотношения между сторонами и углами треугольника.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 8. Подсчет углов**

*Практика.* Решение геометрических задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 9. Неравенства**

*Практика.* Решение неравенств.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 10. Часы со стрелкой**

*Практика.* Задачи о часах.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 11. Комбинаторика**

*Практика.* Комбинаторные задачи.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 12. Формулы сокращенного умножения**

*Практика.* Применение формул сокращенного умножения при решении задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Промежуточный контроль.** Может представлять собой:

- ✓ олимпиадную работу по пройденным темам,
- ✓ математическую игру (домино, регата и т.п.).

**Тема 13. Принцип Дирихле**

*Практика.* Решение задач с использованием принципа Дирихле.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 14. Дроби**

*Практика.* Действия с дробями.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 15. Оценка + пример**

*Практика.* Задачи «Оценка + пример». Решение задач представляет собой две части: оценка возможного наибольшего / наименьшего значения и пример на достижение этого значения.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 16. Индукция**

*Лекция.* Метод математической индукции

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 17. Движения**

*Практика.* Решение логических задач на движение.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 18. Медиана прямоугольного треугольника**

*Практика.* Решение планиметрических задач на свойства медианы прямоугольного треугольника.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 19. Инвариант**

*Практика.* Задачи, решение которых основано на выявлении неизменного свойства.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 20. Число сочетаний**

*Практика.* Число сочетаний в комбинаторных задачах.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

#### **Тема 21. Планиметрия**

*Практика.* Решение задач об элементах треугольников.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Итоговый контроль:** индивидуальная олимпиадная работа, портфолио.

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Раздел, тема	Форма занятия	Приёмы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал. Электронные источники	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
1. Комбинаторика 2. Арифметика и алгебра 3. Теория чисел 4. Геометрия 5. Специальные олимпиадные темы	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый. Исследовательский.	1) Малый мехмат МГУ. Официальный сайт <a href="http://mmmf.msu.ru/">http://mmmf.msu.ru/</a> 2) Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников <a href="http://www.rosolymp.ru/">http://www.rosolymp.ru/</a> 3) Московский центр непрерывного математического образования <a href="https://mccme.ru/">https://mccme.ru/</a> 4) Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <a href="http://www.239.ru/">http://www.239.ru/</a> 5) Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <a href="https://mathus.ru/">https://mathus.ru/</a> 6) Задачи по математике <a href="http://www.problems.ru/">http://www.problems.ru/</a> 7) ИПС «Задачи по геометрии» <a href="http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1">http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1</a> 8) математические олимпиады и олимпиадные задачи - <a href="http://www.zaba.ru/all.html">http://www.zaba.ru/all.html</a>	Проекционное оборудование	Самостоятельная работа.

## КУРС «4 ступень»

### Цели и задачи курса «4 ступень»

#### Цель курса

- формирование и закрепление навыков и умений в рамках углублённого курса по математике;
- подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах;
- воспитание интереса к математике, стремления использовать математические знания в повседневной жизни.

#### Задачи курса

- формирование элементов самостоятельной интеллектуальной деятельности на основе решения задач повышенной и высокой сложности, нестандартных математических задач;
- развитие математической речи;
- формирование умения вести поиск информации и работать с ней;
- развитие познавательных способностей;
- воспитание стремления к расширению математических знаний;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления;
- развитие умений аргументировано обосновывать и отстаивать высказанное суждение, оценивать и принимать суждения других.

**Режим занятий:** один раз в неделю по три учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная/с применением дистанционных технологий

**Форма проведения итоговой аттестации:** олимпиадная работа в конце курса обучения, портфолио с результатами участия в математических олимпиадах и конкурсах.

### Учебно-тематический план курса «4 ступень»

Вариант 1 (стандартный, 108 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Инверсия		9	9
2.	Введение в комплексные числа	2	4	6

3.	Счет геометрии на комплексной плоскости	2	4	6
4.	Системы линейных уравнений		6	6
5.	Функциональные уравнения		6	6
6.	Дробно-линейное преобразование		6	6
7.	Векторы и проекции		6	6
	Промежуточный контроль		3	3
II полугодие				
8.	Неравенства		6	6
9.	Симметрические многочлены	1	2	3
10.	Неравенство Мюрхеда		6	6
11.	Линейная функция		3	3
12.	Частично упорядоченные множества	2	4	6
13.	Лексикографический порядок	1	2	3
14.	Лемма Архимеда	1	5	6
15.	Степень точки		6	6
16.	Радикальная ось		6	6
17.	Прямая Симсона		6	6
18.	Метод спуска		3	3
19.	Игры		3	3
	Итоговый контроль		3	3
	Всего	<b>9</b>	<b>99</b>	<b>108</b>

Вариант 2 (ускоренный, 36 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Инверсия		1	1
2.	Введение в комплексные числа	1	1	2
3.	Счет геометрии на комплексной плоскости	1	1	2
4.	Системы линейных уравнений		1	1
5.	Функциональные уравнения		2	2
6.	Дробно-линейное преобразование		2	2
7.	Векторы и проекции		2	2
	Промежуточный контроль		3	3
II полугодие				
8.	Неравенства		2	2
9.	Симметрические многочлены	1	1	2
10.	Неравенство Мюрхеда		1	1
11.	Линейная функция		1	1
12.	Частично упорядоченные множества	1	1	2
13.	Лексикографический порядок		1	1

14.	Лемма Архимеда		2	2
15.	Степень точки		1	1
16.	Радикальная ось		2	2
17.	Прямая Симсона		1	1
18.	Метод спуска		2	2
19.	Игры		1	1
	Итоговый контроль		3	3
	Всего	<b>4</b>	<b>32</b>	<b>36</b>

### Содержание курса «4 ступень»

На четвертом году обучения учащиеся уже знакомы с некоторыми специальными олимпиадными темами, к которым необходимо вернуться, повысив уровень сложности предлагаемых задач. Также необходимо включить задания, которые углубляют разделы элементарной математики, изученные в школьном курсе.

Предполагается, что учащиеся уже имеют опыт участия в различных математических соревнованиях, конкурсах, олимпиадах; проходили обучение в летних (зимних) математических школах; были участниками образовательных программ Центра «Сириус» и т.п.

Сложность задач по каждой теме подбирается с учетом подготовленности группы.

#### **Учащиеся должны знать:**

- классические олимпиадные задачи по математике;
- теоретические основы решения олимпиадных математических задач, в т.ч. по специальным олимпиадным темам.

#### **Учащиеся должны уметь:**

- применять на практике полученные знания;
- эффективно работать над поставленной проблемой;
- анализировать поставленную задачу и находить оптимальный путь для ее решения.

#### **Формы занятий, используемые при изучении данного курса:**

- лекционная;
- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- индивидуальная консультация;
- групповая консультация;
- самостоятельная работа.

## **Тема 1. Инверсия**

*Практика.* Решение задач с применением инверсии. Поворотная гомотетия.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 2. Введение в комплексные числа**

*Лекция.* Определение комплексных чисел. Арифметические операции с комплексными числами. Формы записи комплексных чисел.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 3. Счет геометрии на комплексной плоскости**

*Лекция.* Геометрия комплексных чисел. Комплексная плоскость.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 4. Системы линейных уравнений**

*Практика.* Диофантовы уравнения. Решение систем из коллекции задач ВСОШ по математике, ММО, ОММО и др.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 5. Функциональные уравнения**

*Практика.* Методы решений функциональных уравнений (метод замены переменной и инволюции). Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 6. Дробно-линейное преобразование**

*Практика.* Дробно-линейное преобразование и его свойства. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

## **Тема 7. Векторы и проекции**

*Практика.* Векторы и действия над ними. Проекция векторов. Решение задач.



*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Промежуточный контроль.** Может представлять собой:

✓ олимпиадную работу по пройденным темам,  
математическую игру (домино, регата и т.п.).

### **Тема 8. Неравенства**

*Практика.* Неравенство Коши. Неравенство Коши-Буняковского. Среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое, квадратическое в случае двух и большего числа параметров. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 9. Симметрические многочлены**

*Лекция.* Основные определения и свойства.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 10. Неравенство Мюрхеда**

*Практика.* Симметрические средние. Теорема Мюрхеда. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 11. Линейная функция**

*Практика.* Линейные функции в олимпиадных задачах. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 12. Частично упорядоченные множества**

*Лекция.* Определение. Строгий и нестрогий порядок. Интервал. Примеры. Типы частично упорядоченных множеств. Теоремы о частично упорядоченных множествах.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 13. Лексикографический порядок**

*Лекция.* Определение. Примеры.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 14.** Лемма Архимеда

*Лекция.* Формулировка и доказательство.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 15.** Степень точки

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 16.** Радикальная ось

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 17.** Прямая Симсона

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 18.** Метод спуска

*Практика.* Метод спуска в решении диофантовых уравнений. Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Тема 19.** Игры

*Практика.* Игры из коллекции задач ВСОШ по математике, ММО, ОММО, олимпиады Ломоносов, олимпиады Покори Воробьевы горы и др.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Итоговый контроль:** индивидуальная олимпиадная работа, портфолио.

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Раздел, тема	Форма занятия	Приёмы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал. Электронные источники	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
1. Комбинаторика 2. Арифметика и алгебра 3. Теория чисел 4. Геометрия 5. Специальные олимпиадные темы	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый. Исследовательский.	1) Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников <a href="http://www.rosolymp.ru/">http://www.rosolymp.ru/</a> 2) Московский центр непрерывного математического образования <a href="https://mccme.ru/">https://mccme.ru/</a> 3) Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <a href="http://www.239.ru/">http://www.239.ru/</a> 4) Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <a href="https://mathus.ru/">https://mathus.ru/</a> 5) Задачи по математике <a href="http://www.problems.ru/">http://www.problems.ru/</a> 6) ИПС «Задачи по геометрии» <a href="http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1">http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1</a> 7) математические олимпиады и олимпиадные задачи - <a href="http://www.zaba.ru/all.html">http://www.zaba.ru/all.html</a>	Проекционное оборудование	Самостоятельная работа.

## КУРС «5 ступень»

### Цели и задачи курса «5 ступень»

#### Цель курса

- формирование и закрепление навыков и умений в рамках углублённого курса по математике;
- подготовка к участию в олимпиадах и конкурсах;
- воспитание интереса к математике, стремления использовать математические знания в повседневной жизни.

#### Задачи курса

- формирование элементов самостоятельной интеллектуальной деятельности на основе решения задач повышенной и высокой сложности, нестандартных математических задач;
- развитие математической речи;
- формирование умения вести поиск информации и работать с ней;
- развитие познавательных способностей;
- воспитание стремления к расширению математических знаний;
- воспитание трудолюбия и самостоятельности;
- развитие логического, алгоритмического и пространственного мышления;
- развитие умений аргументировано обосновывать и отстаивать высказанное суждение, оценивать и принимать суждения других.

**Режим занятий:** один раз в неделю по три учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная/с применением дистанционных технологий

**Форма проведения итоговой аттестации:** олимпиадная работа в конце курса обучения, портфолио с результатами участия в математических олимпиадах и конкурсах.

### Учебно-тематический план курса «5 ступень»

Вариант (стандартный, 108 ч.)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Графы		9	9
2.	Числа Каталана	1	5	6

3.	Тригонометрия		6	6
4.	Последовательности и пределы	2	7	9
5.	Производная и дифференциал	2	7	9
6.	Вещественные ряды	2	4	6
7.	Неравенства Йенсона	2	4	6
	Промежуточный контроль		3	3
II полугодие				
8.	Кривые второго порядка	2	4	6
9.	Цепные дроби	2	4	6
10.	Интегралы	2	7	9
11.	Планиметрия		9	9
12.	Функциональные уравнения		6	6
13.	Стереометрия		6	6
14.	Комбинаторика в пространстве		6	6
15.	Задачи с параметром		6	6
16.	Игры		3	3
	Итоговый контроль		3	3
	Всего	<b>15</b>	<b>93</b>	<b>108</b>

Вариант (ускоренный, 48 ч.)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
I полугодие				
1.	Графы		3	3
2.	Числа Каталана	1	2	3
3.	Тригонометрия		3	3
4.	Последовательности и пределы	1	2	3
5.	Производная и дифференциал	1	2	3
6.	Вещественные ряды	1	2	3
7.	Неравенства Йенсона	1	2	3
	Промежуточный контроль		3	3
II полугодие				
8.	Кривые второго порядка	1	1	2
9.	Цепные дроби	1	1	2
10.	Интегралы	1	1	2
11.	Планиметрия		3	3
12.	Функциональные уравнения		3	3
13.	Стереометрия		3	3
14.	Комбинаторика в пространстве		2	2
15.	Задачи с параметром		2	2
16.	Игры		2	2
	Итоговый контроль		3	3
	Всего	<b>8</b>	<b>40</b>	<b>48</b>

## Содержание курса «5 ступень»

На завершающем году обучения учащиеся в знакомых олимпиадных темах повышают свой уровень путём более глубокого погружения в область знаний, что обуславливает уровень и сложность подбираемых задач. Также в содержание курса включены задания, которые углубляют разделы элементарной математики, изученные в школьном курсе.

Сложность задач по каждой теме подбирается с учетом подготовленности группы.

### **Учащиеся должны знать:**

- классические олимпиадные задачи по математике;
- теоретические основы решения олимпиадных математических задач, в т.ч. по специальным олимпиадным темам.

### **Учащиеся должны уметь:**

- применять на практике полученные знания;
- эффективно работать над поставленной проблемой;
- анализировать поставленную задачу и находить оптимальный путь для ее решения.

### **Формы занятий, используемые при изучении данного курса:**

- лекционная;
- индивидуальная работа;
- групповая работа;
- индивидуальная консультация;
- групповая консультация;
- самостоятельная работа.

### **Тема 1. Графы**

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 2. Числа Каталана**

*Лекция.* Числа Каталана и их свойства.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 3. Тригонометрия**

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 4. Последовательности и пределы.**

*Лекция.* Основные понятия и определения. Свойства. Арифметические операции. Замечательные пределы.

*Практика.* Задачи о последовательностях и их предельных значениях.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 5. Производная и дифференциал**

*Лекция.* Основные понятия и свойства. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 6. Вещественные ряды**

*Лекция.* Определения. Свойства. Сходимость.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 7. Неравенства Йенсона**

*Лекция.* Свойства центра масс. Выпуклые фигуры и выпуклые функции. Надграфик и подграфик функции. Неравенство Йенсона.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Промежуточный контроль.** Может представлять собой:

✓ олимпиадную работу по пройденным темам, математическую игру (домино, регата и т.п.).

### **Тема 8. Кривые второго порядка**

*Лекция.* Канонический вид кривых второго порядка. Свойства.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 9.** Цепные дроби

*Лекция.* Основные определения и свойства.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 10.** Интегралы

*Лекция.* Основные понятия и свойства неопределенных и определенных интегралов. Таблица интегралов. Методы нахождения интегралов. Геометрические и физические приложения.

*Практика.* Решение задач.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 11.** Планиметрия

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 12.** Функциональные уравнения

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 13.** Стереометрия

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 14.** Комбинаторика в пространстве

*Лекция.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Практика.* Решение задач.



*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 15.** Задачи с параметром

*Практика.* Решение заданий из коллекции задач различных математических олимпиад.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

### **Тема 16.** Игры

*Практика.* Игры из коллекции задач ВСОШ по математике, ММО, ОММО, олимпиады Ломоносов, олимпиады Покори Воробьевы горы и др.

*Форма подведения итогов:* самостоятельная работа.

**Итоговый контроль:** индивидуальная олимпиадная работа, портфолио.

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Раздел, тема	Форма занятия	Приёмы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал. Электронные источники	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
1. Комбинаторика 2. Арифметика и алгебра 3. Теория чисел 4. Геометрия 5. Специальные олимпиадные темы	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый. Исследовательский.	1) Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников <a href="http://www.rosolymp.ru/">http://www.rosolymp.ru/</a> 2) Московский центр непрерывного математического образования <a href="https://mccme.ru/">https://mccme.ru/</a> 3) Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <a href="http://www.239.ru/">http://www.239.ru/</a> 4) Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <a href="https://mathus.ru/">https://mathus.ru/</a> 5) Задачи по математике <a href="http://www.problems.ru/">http://www.problems.ru/</a> 6) ИПС «Задачи по геометрии» <a href="http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1">http://zadachi.mccme.ru/2012/#&amp;page1</a> 7) математические олимпиады и олимпиадные задачи - <a href="http://www.zaba.ru/all.html">http://www.zaba.ru/all.html</a>	Проекционное оборудование	Самостоятельная работа.

## **КУРС «УМНЫЕ КАНИКУЛЫ. ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»**

### **Цели и задачи курса «Умные каникулы. Логические задачи»**

#### **Цели курса**

- развитие познавательных способностей и общеучебных умений и навыков;
- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимой для продуктивной жизни в обществе.

#### **Задачи курса**

- развивать у учащихся способность вести грамотные рассуждения (логика рассуждений);
- развивать у учащихся способность вычленять необходимые, существенные признаки объекта или процесса через абстрагирование от остальных, несущественных (степень абстрагирования);
- развивать у учащихся способность к динамичному отражению различных математических объектов в необходимых сочетаниях и связях (пространственное воображение);
- развивать у учащихся способность видеть окончательное решение задачи, при котором вывод основывается на догадке, чувстве, почти внезапном (математическая интуиция);
- развивать у учащихся исследовательские умения, познавательную и творческую активность;
- формировать устойчивый интерес учащихся к предмету посредством решения нестандартных занимательных задачи.

**Режим занятий:** шесть раз в неделю по два учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная.

**Форма проведения итоговой аттестации:** контрольная работа.

### **Учебно-тематический план курса «Умные каникулы. Логические задачи»**

Вариант 1 (стандартный, 40 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего

1	Тема 1. Логика и наблюдательность	2	8	10
2	Тема 2. Хитрые цифры	2	6	8
3	Тема 3. Повороты и перестановки	2	8	10
4	Тема 4. Маршруты	1	7	8
5	Итоговое тестирование		2	2
6	Анализ результатов итогового тестирования. Подведение итогов курса.	2		2
Итого:		9	31	40

### Вариант 2 (ускоренный, 20 ч)

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
1	Тема 1. Логика и наблюдательность	2	2	4
2	Тема 2. Хитрые цифры	2	2	4
3	Тема 3. Повороты и перестановки	2	2	4
4	Тема 4. Маршруты	1	3	4
5	Итоговое тестирование		2	2
6	Анализ результатов итогового тестирования. Подведение итогов курса.	2		2
Итого:				20

### Содержание курса «Умные каникулы. Логические задачи»

Уровень предъявления материала обеспечивает учащимся знакомство с основными методами решения логических задач, встречающихся на олимпиадах различного уровня.

Учащиеся должны знать:

- названия и обозначения арифметических действий, названия компонентов и результата каждого действия;

- правила о порядке выполнения действий в числовых выражениях, содержащих скобки и не содержащих их;
- названия геометрических фигур: точка, прямая, кривая, отрезок, ломаная, угол, многоугольник, квадрат, треугольник, окружность, круг;
- алгоритм решения текстовых задач.

Учащиеся должны уметь:

- находить значение буквенного выражения при заданных значениях входящих в него букв;
- записывать доли и дроби, объяснять смысл числителя и знаменателя дроби;
- соотносить реальные объекты с моделями геометрических фигур;
- систематизировать данные в виде таблиц, диаграмм и схем при решении задач.

Формы занятий, используемые при изучении данного курса:

- коллективная;
- групповая;
- фронтальная;
- индивидуальная;
- практические занятия;
- самостоятельная работа.

**Тема 1.** Логика и наблюдательность.

*Теория.* Истинные и ложные высказывания. Логика предикатов. Понятие и виды логических задач. Составление таблицы истинности.

*Практика.* Практикум по решению задач.

**Тема 2.** Хитрые цифры.

*Теория.* Логическая арифметика, задания с пропусками, магические квадраты, латинские квадраты, числовые ребусы и головоломки, головоломки «МиниСудоку».

*Практика.* Практикум по решению задач.

**Тема 3.** Повороты и перестановки

*Теория.* Головоломка «Танграм». Вращающиеся кубики. Поиск нужной комбинации.

*Практика.* Практикум по решению задач.

**Тема 4.** Маршруты

*Теория.* Задачи на лабиринты. Задачи на разбиение и разрезание.

*Практика.* Практикум по решению задач.

**Методическое обеспечение курса «Умные каникулы. Логические задачи»**

Раздел, тема	Форма занятия	Приемы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
Тема 1. Логика и наблюдательность	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Логические задачи. 4-бкласс»	Презентационное оборудование.	
Тема 2. Хитрые цифры	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Логические задачи. 4-бкласс»	Презентационное оборудование. Головоломка «МиниСудоку»	
Тема 3. Повороты и перестановки	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Логические задачи. 4-бкласс»	Презентационное оборудование. Головоломка «Танграм»	
Тема 4. Маршруты	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Логические задачи. 4-бкласс»	Презентационное оборудование.	

## КУРС «УМНЫЕ КАНИКУЛЫ. ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ»

### Цели и задачи курса «Умные каникулы. Олимпиадные задачи»

#### Цели курса

- интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиции, логического мышления;
- расширение кругозора учащихся с точки зрения практической применимости знаний математики и алгоритмов.

#### Задачи курса

- знакомство со всевозможными нестандартными приёмами решения задач повышенного уровня сложности и задачами, нестандартно сформулированными;
- знакомство с понятиями, не входящими в обязательный школьный курс математики;
- приобретение устойчивых навыков решения задач, традиционно предлагаемых на математических олимпиадах различного уровня;
- развитие у учащихся культуры математических рассуждений;
- развитие способности к восприятию, обобщению, анализу информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- развитие логического мышления.

**Режим занятий:** шесть раз в неделю по два учебных часа.

**Форма реализации курса:** очная.

**Форма проведения итоговой аттестации:** контрольная работа.

### Учебно-тематический план курса «Умные каникулы. Олимпиадные задачи»

№	Наименование раздела, темы	Количество часов		
		Теория	Практика	Всего
1	Тема 1. Делимость целых чисел	2	4	6
2	Тема 2. Уравнения	2	2	4
3	Тема 3. Пропорциональные отрезки	2	4	6
4	Тема 4. Игры. Стратегии		2	2
5	Подведение итогов курса		2	2
Итого:		6	14	20

### Содержание курса «Умные каникулы. Олимпиадные задачи»



Уровень предъявления материала обеспечивает учащимся знакомство с основными методами решения задач, встречающихся на олимпиадах различного уровня и в экзаменационных материалах ЕГЭ по математике.

Учащиеся должны знать:

- виды числовых множеств и их свойства;
- основные понятия теории делимости: делители и кратные, деление нацело и деление с остатком, простые множители числа, каноническое разложение числа, НОД и НОК, алгоритм Евклида;
- виды и методы решения уравнений в целых и натуральных числах;
- что такое параметр; алгоритм решения линейных уравнений с параметром;
- свойства факториала;
- деление отрезка в заданном отношении;
- формулировку ряда геометрических теорем: Фалеса, Чевы и Менелая, свойства хорд, касательных и секущих;
- основы моделирования при решении задач;
- основные принципы решения игр.

Учащиеся должны уметь:

- раскладывать число на простые множители; находить количество натуральных делителей числа;
- находить НОК и НОД чисел;
- пользоваться алгоритмом Евклида;
- выделять целую часть дроби;
- решать линейные уравнения в целых числах;
- решать линейные уравнения с параметром;
- проводить несложные рассуждения и обоснования в процессе решения задач, предусмотренных содержанием курса;
- создавать алгоритмы решения задач;
- применять методы математического моделирования.

Формы занятий, используемые при изучении данного курса:

- коллективная;
- групповая;
- фронтальная;
- индивидуальная;
- самостоятельная работа.

**Тема 1.** Делимость целых чисел.

*Теория.* Четность и нечетность. Простые и составные числа. Признаки делимости. Разложение натуральных чисел на простые множители. Наименьшее общее кратное. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида для нахождения НОД двух чисел. Деление с остатком.

*Практика.* Решение задач на признаки делимости. Решение задач на НОК и НОД. Задачи с цифрами. Задачи с числами. Решение простейших задач по криптографии.

*Форма подведения итогов:* контрольная работа № 1.

## **Тема 2.** Уравнения.

*Теория.* Линейные уравнения с параметром. Уравнения в целых числах. Уравнения, содержащие факториалы.

*Практика.* Решение уравнений указанных видов

*Форма подведения итогов:* контрольная работа № 1.

## **Тема 3.** Пропорциональные отрезки.

*Теория.* Простое отношение трех точек, лежащих на одной прямой. Свойство биссектрисы треугольника. Теорема Фалеса. Подобие треугольников. Теоремы Чевы и Менелая. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике. Пропорциональные отрезки в окружности.

*Практика.* Деление отрезка в заданном отношении. Построения с помощью теоремы Фалеса. Решение задач на теоремы Чевы и Менелая. Свойство высоты, проведенной к гипотенузе, в прямоугольном треугольнике. Пересекающиеся хорды в окружности. Свойства касательных и секущих.

*Форма подведения итогов:* контрольная работа № 2.

## **Тема 4.** Игры. Стратегии.

*Практика.* Симметричные стратегии. Выигрывающие позиции. Анализ с конца. Метод поиска выигршной позиции. Игры с добавлением до фиксированного числа.

*Форма подведения итогов:* контрольная работа № 2.

## Методическое обеспечение курса «Умные каникулы. Олимпиадные задачи»

Раздел, тема	Форма занятия	Приемы и методы организации образовательного процесса	Дидактический материал	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
Тема 1. Делимость целых чисел	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Олимпиадные задачи. 7-8 класс»; 2) Материалы сайта: <a href="http://problems.ru">http://problems.ru</a> ; 3) Контрольная работа № 1.	Презентационное оборудование	Контрольная работа
Тема 2. Уравнения	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Олимпиадные задачи. 7-8 класс»; 2) Материалы сайта: <a href="http://problems.ru">http://problems.ru</a> ; 3) Контрольная работа № 1.	Презентационное оборудование	Контрольная работа
Тема 3. Пропорциональные отрезки	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Олимпиадные задачи. 7-8 класс»; 2) Материалы сайта: <a href="http://problems.ru">http://problems.ru</a> ;	Презентационное оборудование	Контрольная работа

			3) Контрольная работа № 2.		
Тема 4. Игры. Стратегии	Комбинированная	Объяснительно-иллюстративный. Частично-поисковый.	1) Пособие для ученика «Олимпиадные задачи. 7-8 класс»; 2) Материалы сайта: <a href="http://problems.ru">http://problems.ru</a> ; 3) Контрольная работа № 2.	Презентационное оборудование	Контрольная работа

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

### Список литературы, использованной при написании программы

1. Алафутова, Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. – М.: МЦНМО, 2012. – 264 с.
2. Агаханов, Н.Х. Методические рекомендации по разработке заданий для школьного и муниципального этапов Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2015/2016 учебном году./ Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский. – М.: МЦНМО, 2015. – 8 с.
3. Математический кружок (5 классы). / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. Д.А. Коробицын, Г.К. Жуков. – М.: МГУ, 2015. – 121 с.
4. Математический кружок (5-6 классы). / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. А.Л. Канунников, С.Л. Кузнецов, И.И. Осипов. – М.: МГУ, 2015. – 67 с.
5. Математический кружок (6-7 классы). / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в общеобразовательных организациях // Сост. Н.П. Стрелкова, С.Л. Кузнецов – М.: МГУ, 2014. – 36 с.
6. Математический кружок (8-9 класс). Первое полугодие / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. Е.А. Асташев, Д.А. Удимов – М.: МГУ, 2015. – 91 с.
7. Математический кружок (8-9 класс). Второе полугодие / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях г. Москвы // Сост. Е.А. Асташев, Я.А. Веревкин, О.А. Манжина, Д.А. Удимов – М.: МГУ, 2015. – 65 с.

### Список литературы, рекомендованной обучающимся

1. *Агаханов Н.Х.* Математические олимпиады Московской области / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский. — М.: Физматкнига, 2006.
2. *Агаханов Н.Х.* Всероссийская олимпиада школьников по математике: метод. Пособие / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский; науч. Ред. Э.М. Никитин. — М.: АПКИППРО, 2005.
3. *Акопян А.В., Заславский А.А.* Геометрические свойства кривых второго порядка. - 2-е изд., дополн. - М.: МЦНМО, 2011. - 152 с.

4. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад / И.Л. Бабинская. — М.: Наука, 1975.
5. *Белоусов В.Д.* Республиканские математические олимпиады / В.Д. Белоусов, М.С. Изман, В.П. Солтан, Б.И. Чиник. — Кишинев: Штиинца, 1986.
6. *Берлов С.Л.* Петербургские математические олимпиады / С.Л. Берлов, С.В. Иванов, К.П. Кохась. — Спб.; М.; Краснодар: Лань, 2005.
7. *Виленкин Н.Я.* Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. — 400 с.
8. *Вышенский В.А.* Сборник задач Киевских математических олимпиад / В.А. Вышенский, Н.В. Карташов, В.И. Михайловский, М.И. Ядренко. — Киев: Вища школа, 1984.
9. *Горбачев Н.В.* Сборник олимпиадных задач по математике / Н.В. Горбачев. — М.: МЦНМО, 2005.
10. *Гордин Р.К.* Это должен знать каждый матшкольник. — 2-е изд., испр./ Р.К. Гордин. — М.: МЦНМО, 2003. — 56 с.
11. *Конягин С.В.* Зарубежные математические олимпиады / С.В. Конягин и др. — М.: Наука, 1987.
12. Венгерские математические олимпиады / Й. Кюршак, Д. Нейкомм, Д. Хайош, Я. Шурани. — М.: Мир, 1976.
13. *Купцов Л.П.* Российские математические олимпиады школьников: кн. для учащихся / Л.П. Купцов, С.В. Резниченко, Д.А. Терешин. — Ростов-на-Дону: Феникс, 1996.
14. *Леман А.А.* Сборник задач Московских математических олимпиад / А.А. Леман. — М.: Просвещение, 1965.
15. *Муштари Д.Х.* Подготовка к математическим олимпиадам / Д.К. Муштари. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2000.
16. Московские математические олимпиады 1993–2005 гг. / Р.М. Федоров, А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи, И.В. Яценко; под ред. В.М. Тихомирова. — М.: МЦНМО, 2006.
17. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии. Ч. II - М.: Наука, Гл.ред. физ-мат. лит., 1986. - (Б-ка мат. кружка). - 288 с.
18. Элементы математики в задачах (с решениями и комментариями). Ч. I / Т.И. Голенищева-Кутузова, А.Д. Казанцев, Ю.Г. Кудряшов и др. - М.: МЦНМО, 2010. - 248 с.
19. Элементы математики в задачах (с решениями и комментариями). Ч. II / Т.И. Голенищева-Кутузова, А.Д. Казанцев, Ю.Г. Кудряшов и др. - М.: МЦНМО, 2010. - 160 с.

20. *Шаповалов А.В., Медников Л.Э.* XVII Турнир математических боев им. А.П. Савина. - М.: МЦНМО, 2012. - 176 с., ил.
21. *Шарыгин И.Ф.* Геометрия. Планиметрия: 9–11 кл. / И.Ф. Шарыгин. — М.: Дрофа, 2001.
22. Избранные задачи (из журнала «American Mathematical Monthly»). — М.: Мир, 1977.
23. *Шарыгин И.Ф.* Задачи по геометрии. Стереометрия /И.Ф. Шарыгин. — М.: Наука, 1984.
24. *Шарыгин И.Ф.* Задачи по геометрии. Планиметрия /И.Ф. Шарыгин. — М.: Наука, 1986.
25. *Шарыгин И.Ф.* Математический винегрет /И.Ф. Шарыгин. — М.: Орион, 1991.
26. *Шклярковский Д.О.* Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Ч.3, стереометрия / Д.О. Шклярковский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М.: Гостехиздат, 1954.
27. *Шклярковский Д.О.* Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Ч.1, арифметика и алгебра / Д.О. Шклярковский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М.: Наука, 1976.
28. *Шклярковский Д.О.* Избранные задачи и теоремы планиметрии / Д.О. Шклярковский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М.: Наука, 1967.
29. *Шклярковский Д.О.* Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум / Д.О. Шклярковский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М.: Наука, 1970.
30. *Шклярковский Д.О.* Геометрические оценки и задачи из комбинаторной геометрии / Д.О. Шклярковский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. — М.: Наука, 1974.
31. *Шустеф Ф.М.* Сборник олимпиадных задач по математике / Ф.М. Шустеф. — Минск: Вышэйшая школа, 1977.

#### **Список литературы, рекомендованной родителям**

1. Щебланова, Е. И. Неуспешные одаренные школьники / Е. И. Щебланова. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 245 с.
2. Зеленина, Е. Б. (кандидат педагогических наук; зам. директора; Краевая школа-интернат для одаренных детей, г. Владивосток). Одаренный ребенок: как его воспитывать и обучать? / Елена Борисовна Зеленина [Текст] // Народное образование. – 2010. – № 8. – С. 201–206.

## СПИСОК ЭЛЕКТРОННЫХ ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

---

1. Интернет-ресурс <http://www.problems.ru/>
2. Информационный портал Всероссийской олимпиады школьников [www.rosolymp.ru/](http://www.rosolymp.ru/)
3. Малый мехмат МГУ. Официальный сайт [www.mmmf.msu.ru/](http://www.mmmf.msu.ru/)
4. Московский центр непрерывного математического образования <http://www.mccme.ru/>
5. Физико-математический лицей № 239 Санкт-Петербург <http://www.239.ru/>
6. Материалы по математике: подготовка к олимпиадам и ЕГЭ <https://mathus.ru/>
7. ИПС «Задачи по геометрии» <http://zadachi.mccme.ru/2012/#&page1>
8. математические олимпиады и олимпиадные задачи - <http://www.zaba.ru/all.html>